# 4. ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЕ

## 4.1. Решение дифференциальных моделей на базе обыкновенных дифференциальных уравнений методом Эйлера

Метод Эйлера может быть использован для поиска приближенного решения (решение задачи Коши) обыкновенных дифференциальных уравнений.

Пусть дано дифференциальное уравнение первого порядка в виде:

y '= f (x, y),

с начальными условиями y (xo) = yo, на отрезке x от x0 до xn.

Разобьет рассматриваемый отрезок на части с шагом h. Тогда дискретная координата может быть найдена по зависимости:,

где i = 0, 1, 2 ... n - номер узла расчетной сетки.

Согласно методу Эйлера, вместо получения аналитической функции y (x) можно найти ее табличный аналог yи в узлах сетки и. Последовательные значения табличной функции yи + 1 в следующем узле (i + 1) определяются по ее известным значениям yи в узле и по рекуррентной формуле Эйлера:

yи + 1 = yи + h · f (x, y) + εi,

где εi = yи + 1 - y (xi + 1) - узловая погрешность метода Эйлера.

В качестве правой части f (x, y) дифференциального уравнения в формуле Эйлера может также служить ее дискретный аналог f (xi, yi).

Погрешность, накопленной на всем расчетном отрезке:.

Если | εi | и | ε | очень малы по сравнению с собственно значениями yи и не влияют на конечную интерпретацию результатов расчета, то полученное приблизительное решение в виде табличной функции yи считается сходящимся к аналитической зависимости y (x) в соответствующих узлах и. Таким образом, для расчетов используют рекуррентную формулу Эйлера в виде:

yи + 1 = yи + h · f (x, y).

Если | εi | возрастает при продвижении по расчетному отрезке, то возникает так называемая неустойчивость решения, которая приводит к несовпадения табличной функции yи аналитической зависимости y (x). Значение | εi | и | ε | приобретают величин, которые близки или даже превышают величину функции yи., которую находят. Такое решение ценности не имеет и не может быть применено в инженерных расчетах.

Рассмотрен простой способ Эйлера имеет первый порядок точности относительно шага. Это означает, что εi ~ h. То есть, при увеличении вдвое шага (например, с целью экономии вычислительных ресурсов), вдвое увеличивается и погрешность εi и наоборот. Отсюда следует метод устранения неустойчивости за счет уменьшения шага расчета.